

Formelsammlung Tarif Lebensversicherung

Reinhold Kainhofer (reinhold@kainhofer.com)

11. April 2016

Bemerkung: Sämtliche Barwerte werden rekursiv bestimmt, daher werden alle Formeln in ihrer rekursiven Form angegeben. Teilweise wird aus informativen Gründen davor die entsprechende Summenformel angegeben, diese wird jedoch nicht zur tatsächlichen Berechnung benutzt.

1 Vertrags- und Tarifiedetails

1.1 Tarifiedetails (identisch für alle Verträge)

i	Rechnungszins
v	Diskontierungsfaktor $v = \frac{1}{1+i}$
	Leistungszahlungsweise (vorschüssig, nachschüssig)
k_{Ausz}	unterjährige Auszahlung der Erlebensleistungen
$O(k)$	Ordnung der Unterjährigkeitsrechnung (1./2. Ordnung)
RG	Prämienrückgewähr bei Ableben während Aufschub
PS	Prämiensumme
ρ	Sicherheitszuschlag auf die Prämie
ρ^{RG}	Risikosumme (relativ zu DK) im Ablebensfall bei Prämienrückgewähr

1.2 Vertragsdetails (vertragsspezifische Werte)

VS	Versicherungssumme
Beg	Versicherungsbeginn
J	Geburtsjahr der 1. versicherten Person
x	Eintrittsalter der 1. versicherten Person
y	Eintrittsalter der 2. versicherten Person
n	Versicherungsdauer
l	Aufschubdauer des Versicherungsschutzes
m	Prämienzahlungsdauer
k	Prämienzahlungsweise (k -tel jährlich)
f	Prämienfreistellungszeitpunkt

2 Rechnungsgrundlagen

$q_x = q_x^{(J)}(t)$	Sterbewahrscheinlichkeit der 1. versicherten Person (geboren im Jahr J) im Beobachtungsjahr t
$p_x = 1 - q_x$	1-jährige Überlebenswahrscheinlichkeit der 1. versicherten Person
${}_n p_x = \prod_{j=1}^n p_{x+j}$	n -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit
ω	Höchstalter
$q_y = q_y^{(J+x-y)}(t)$	Sterbewahrscheinlichkeit der 2. versicherten Person (geboren im Jahr J) im Beobachtungsjahr t

3 Kosten

3.1 Abschlusskosten (α -Kosten) / Zillmerkosten (Z-Kosten)

-) Einmalig (bei Vertragsabschluss)
 - an Versicherungssumme
 - an Brutto-Prämiensumme¹
 - an Barwert der Versicherungsleistungen (z.B. Rentenbarwert)
-) Laufend (während Prämienzahlungsdauer)²
 - an Bruttoprämie
 - an Brutto-Prämiensumme
-) Laufend (über gesamte Laufzeit des Vertrags)
 - an Bruttoprämie
 - an Brutto-Prämiensumme

3.2 Inkassokosten (β -Kosten)

-) Laufend an Bruttoprämie während Prämienzahlungsdauer (einmalig bei Einmalerlag)

3.3 Verwaltungskosten (γ -Kosten)

Laufend während der gesamten Laufzeit verrechnet:

-) an Versicherungssumme (prämienpflichtig)
-) an Versicherungssumme (planmäßig/außerplanmäßig prämienfrei)
-) an Leistungsbarwert / Rentenbarwert (=Deckungskapital) (prämienfrei)
-) an Prämiensumme (prämienpflichtig) (=am Rentenbarwert zu Vertragsbeginn bei sof.beg.LR mit EE)
-) an Prämiensumme (planmäßig/außerplanmäßig prämienfrei)
-) am Ablösekaptial während Aufschubzeit
-) an jeder Erlebenszahlung/Rente (während Liquiditätsphase)
-) am Deckungskapital

3.4 Stückkosten $StkK$

-) Stückkosten (Absolutbetrag) $StkK$ pro Jahr während Prämienzahlungsdauer (bzw. einmalig bei Einmalprämie)

3.5 Übersicht

Die häufigsten Kostentypen sind **markiert**.

Typ	Dauer	an VS	an PS	an JBP ³	
Abschluss α	einmalig	$\alpha^{VS,once}$			
	Prämiendauer			$\alpha^{BP,PrD}$	
	Prämienfrei		$\alpha^{PS,LZ4}$	$\alpha^{BP,LZ}$	
	Vertragsdauer				
Zillmer z	einmalig	$z^{VS,once}$	$z^{PS,once}$		
	Prämiendauer				
	Prämienfrei		$z^{PS,LZ}$		
	Vertragsdauer				
Inkasso β	einmalig			$\beta^{BP,PrD}$	
	Prämiendauer				
	Prämienfrei				
	Vertragsdauer				
Verwaltung γ	einmalig				
	Prämiendauer	$\gamma^{VS,PrD}$	$\gamma^{PS,PrD}$		

¹Entspricht Einmalprämie bei Einmalerlag

²Bei Einmalerlag sind einmalige α -Kosten und laufende α -Kosten auf die Prämie während der Prämienzahlungsdauer ident.

³während der gesamten Prämienzahlungsdauer

⁴evt. mit jährlicher faktorieller Aufwertung, evt. mit Obergrenze)

	Prämienfrei Vertragsdauer	$\gamma^{VS,fr}$ $\gamma^{VS,LZ}$	$\gamma^{PS,LZ}$		$\gamma^{BP,Erl}$ (an ErlZ)
Verwaltung $\tilde{\gamma}$ (außerplanm. prämienfrei)	einmalig Prämiendauer Prämienfrei Vertragsdauer				
		$\tilde{\gamma}^{VS,LZ}$			

3.6 Kosten-Cashflows

Jede Kostenart (α /Zillmer/ β / γ / $\tilde{\gamma}$) und Bemessungsgrundlage (VS/PS/JBP) erzeugt aus den verschiedenen Kostendauern einen Cash-Flow-Vektor in folgender Art, der diskontiert den gesamten Kostenbarwert der jeweiligen Kostenart und Bmgl. liefert:

$$X_t^{Bmgl} = \begin{cases} X^{Bmgl,once} + X^{Bmgl,PrD} + X^{Bmgl,LZ} & \text{für } t = 0 \\ X^{Bmgl,PrD} + X^{Bmgl,LZ} & \text{für } 0 < t \leq m \\ X^{Bmgl,fr} + X^{Bmgl,LZ} & \text{für } m < t \leq n \end{cases}$$

4 Cashflows

	Beschreibung	LR	ALV	ELV
$pr_t \dots$	Prämienzahlungen (vorschüssig) zu t	$\delta(t < m)$	$\delta(t < m)$	$\delta(t < m)$
PS	Prämiensumme, $PS = \sum_{t=0}^n pr_t$			
$\ddot{e}_t \dots$	Erlebenszahlungen vorschüssig zu t	$\delta(l + g \leq t < n)$	0	$\delta(t = n)$
$e_t \dots$	Erlebenszahlungen nachschüssig zu $t + 1$	$\delta(l + g \leq t < n)$	0	$\delta(t = n)$
$\ddot{e}_t^* \dots$	garantierte Zahlungen vorschüssig zu t	$\delta(l \leq t < l + g)$	0	0
$e_t^* \dots$	garantierte Zahlungen nachschüssig zu $t + 1$	$\delta(l \leq t < l + g)$	0	0
$a_t \dots$	Ablebenszahlung zu $t + 1$	0	$\delta(l \leq t < n)$	0
$a_t^{(RG)}$	Ablebenszahlungen für PRG zu $t + 1$ (Ab- leben im Jahr t)	$\min(t + 1, m, f)$	0	$\min(t + 1, m, f)$

Die Cash-Flows können auch in Matrixform dargestellt werden:

$$\overrightarrow{CF}_t^L = \begin{pmatrix} pr_t & \ddot{e}_t^* & \ddot{e}_t & 0 & 0 \\ pr_t^{(nachs)} & e_t^* & e_t & a_t & a_t^{(RG)} \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CF}_t^K = \begin{pmatrix} \alpha_t^{(VS)} & \alpha_t^{(PS)} & \alpha_t^{(BP)} \\ z_t^{(VS)} & z_t^{(PS)} & - \\ - & - & \beta_t \\ \gamma_t^{(VS)} & \gamma_t^{(PS)} & - \\ \tilde{\gamma}_t^{frei} & - & - \end{pmatrix}$$

5 Barwerte

5.1 Prämienbarwert

$$\begin{aligned} P_{x:\overline{n}}(t) &= \sum_{j=t}^n pr_{t+j} \cdot v^{j-t} \cdot {}_j p_{x+t} \\ &= pr_t + v \cdot p_{x+t} \cdot P_{x:\overline{n}}(t+1) \end{aligned}$$

5.2 Barwert garantierter Zahlungen:

Garantierte Erlebensleistungen (wenn Aufschubzeit überlebt wurde):

$$\begin{aligned} E_{x:\overline{n}}^{Gar}(t) &= \begin{cases} {}_{l-t}p_{x+t} \cdot v^{l-t} \cdot \sum_{j=l}^n \{\ddot{e}_{j-t}^* + v \cdot e_{j-t}^*\} v^{j-t} & \text{für } t < l \text{ (Aufschubzeit)} \\ \sum_{j=t}^n \{\ddot{e}_{j-t}^* + v \cdot e_{j-t}^*\} v^{j-t} & \text{für } t \geq l \text{ (Liquiditätsphase)} \end{cases} \\ &= \ddot{e}_t^* + \{E_{x:\overline{n}}^*(t+1) + e_t^*\} \cdot v \cdot \begin{cases} 1 & \text{für } t < l \text{ (Aufschubzeit)} \\ p_{x+t} & \text{für } t \geq l \text{ (Liquiditätsphase)} \end{cases} \end{aligned}$$

5.3 Erlebensleistungsbarwert:

1. Person:

$$\begin{aligned} E_{x:\overline{n}}(t) &= \sum_{j=t}^n (\ddot{e}_{t+j} \cdot v^{j-t} {}_j p_{x+t} + e_{t+j} \cdot v^{j+1-t} {}_{j+1-t} p_{x+t}) \\ &= \ddot{e}_t + v \cdot p_{x+t} \cdot \{e_t + E_{x:\overline{n}}(t+1)\} \end{aligned}$$

2. Person:

$$E2_{y:\overline{n}}(t) = \ddot{e}_t + v \cdot p_{y+t} \cdot \{e_t + E2_{y:\overline{n}}(t+1)\}$$

gemeinsam:

$$E12_{x,y:\overline{n}}(t) = \ddot{e}_t + v \cdot p_{x+t} \cdot p_{y+t} \cdot \{e_t + E12_{x,y:\overline{n}}(n, t+1)\}$$

5.4 Unterjährige Auszahlung der Erlebenszahlungen

Analog zu (bei konstanter Rente)

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x:\overline{n}}^{(m)} &= \ddot{a}_x^{(m)} - {}_n p_x \cdot v^n \cdot \ddot{a}_{x+n}^{(m)} \\ \ddot{a}_x^{(m)} &= \alpha(m) \ddot{a}_x - \beta(m) \end{aligned}$$

mit

$$\alpha(m) = \frac{d \cdot i}{d^{(m)} \cdot i^{(m)}} \qquad \beta(m) = \frac{i - i^{(m)}}{d^{(m)} \cdot i^{(m)}}$$

und $d = \frac{i}{1+i}$, $i^{(m)} = m \cdot ((1+i)^{1/m} - 1)$ und $d^{(m)} = i^{(m)} / (1 + i^{(m)}/m)$ bzw. approximativ mit

	0.Ord.	1.Ord.	1,5-te Ord.	2.Ord.
$\alpha(m) =$	1			$+\frac{m^2-1}{12m^2}i^2 \quad \dots$
$\beta(m) =$	$\frac{m-1}{2m}$	$+\frac{m^2-1}{6m^2}i$	$\left[+\frac{1-m^2}{12 \cdot m^2} \cdot i^2\right]$	$+\frac{1-m^2}{24m^2}i^2 \quad \dots$

ergibt sich auch für allgemeine unterjährige Erlebenszahlungen \ddot{e}_t eine Rekursionsgleichung.

5.4.1 Vorschüssige m -tel jährliche Auszahlung der Erlebensleistungen

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}}^{(m)}(t) &= \ddot{e}_t \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{1}}^{(m)} + v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x:\overline{n}}^{(m)}(t+1) \\ &= \ddot{e}_t \cdot \{\alpha(m) - \beta(m) \cdot (1 - p_{x+t} \cdot v)\} + v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x:\overline{n}}^{(m)}(t+1) \end{aligned}$$

5.4.2 Nachschüssige m -tel jährliche Auszahlung der Erlebensleistungen

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{m}|}^{(m)}(t) &= e_t \cdot a_{x+t:\overline{1}|}^{(m)} + v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(m)}(t+1) \\ &= e_t \cdot \left\{ \alpha(m) - \left(\beta(m) + \frac{1}{m} \right) \cdot (1 - p_{x+t}v) \right\} + v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(m)}(t+1) \end{aligned}$$

5.4.3 Allgemeine m -tel jährliche Auszahlung der Erlebensleistungen

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{m}|}^{(m)}(t) &= \ddot{e}_t \cdot \{ \alpha(m) - \beta(m) \cdot (1 - p_{x+t} \cdot v) \} + \\ &\quad e_t \cdot \left\{ \alpha(m) - \left(\beta(m) + \frac{1}{m} \right) \cdot (1 - p_{x+t}v) \right\} + \\ &\quad v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(m)}(t+1) \end{aligned}$$

5.5 Ablebensbarwert

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{m}|}(t) &= \sum_{j=t}^n j-t p_{x+t} \cdot q_{x+j} \cdot v^{j-t+1} \cdot a_j \\ &= q_{x+t} \cdot v \cdot a_t + p_{x+t} \cdot v \cdot A_{x:\overline{m}|}(t+1) \end{aligned}$$

prämienfreier Ablebensbarwert:

$$A_{x:\overline{m}|}^{(prf)}(t) = q_{x+t} \cdot v \cdot a_t^{(prf)} + p_{x+t} \cdot v \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(prf)}(t+1)$$

Prämienrückgewähr

$$A_{x:\overline{m}|}^{(RG)}(t) = q_{x+t} \cdot v \cdot a_t^{(RG)} + p_{x+t} \cdot v \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(RG)}(t+1)$$

5.6 Leistungsbarwert

$$BW_{x:\overline{m}|}^L(t) = E_{x:\overline{m}|}(t) + A_{x:\overline{m}|}(t) + (1 + \rho^{RG}) \cdot A_{x:\overline{m}|}^{(RG)}(t) \cdot BP_{x:\overline{m}|}$$

5.7 Kostenbarwerte

Abschlusskostenbarwerte:

$$\begin{aligned} AK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t) &= \alpha_t^{VS} + v \cdot p_{x+t} \cdot AK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t+1) \\ AK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t) &= \alpha_t^{PS} + v \cdot p_{x+t} \cdot AK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t+1) \\ AK_{x:\overline{m}|}^{(BP)}(t) &= \alpha_t^{BP} + \alpha_{3a,t} + v \cdot p_{x+t} \cdot AK_{x:\overline{m}|}^{(BP)}(t+1) \end{aligned}$$

Zillmerkostenbarwerte:

$$\begin{aligned} ZK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t) &= z_t^{VS} + v \cdot p_{x+t} \cdot ZK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t+1) \\ ZK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t) &= z_t^{PS} + v \cdot p_{x+t} \cdot ZK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t+1) \end{aligned}$$

Inkassokostenbarwerte:

$$IK_{x:\overline{m}|}(t) = \beta_t^{BP} + v \cdot p_{x+t} \cdot IK_{x:\overline{m}|}(t+1)$$

Verwaltungskostenbarwerte:

$$\begin{aligned} VK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t) &= \gamma_t^{VS} + v \cdot p_{x+t} \cdot VK_{x:\overline{m}|}^{(VS)}(t+1) \\ VK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t) &= \gamma_t^{PS} + v \cdot p_{x+t} \cdot VK_{x:\overline{m}|}^{(PS)}(t+1) \\ VK_{x:\overline{m}|}^{frei}(t) &= \gamma_t^{VS, frei} + v \cdot p_{x+t} \cdot VK_{x:\overline{m}|}^{frei}(t+1) \end{aligned}$$

5.8 Darstellung der Barwerte in Vektor-/Matrixform

Die Leistungs- und Kostenbarwerte können (wie auch die Cashflows zu einem Zeitpunkt) in Matrixform dargestellt werden (aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hier bei allen Termen der Subscript $x:\overline{m}$ unterlassen):

$$\overrightarrow{BW}^L(t) = (P(t), \quad E^{Gar}(t), \quad E(t), \quad A(t), \quad A^{(RG)}(t)) \quad \overrightarrow{BW}^K(t) = \begin{pmatrix} AK^{(VS)}(t) & AK^{(PS)}(t) & AK^{(BP)}(t) \\ ZK^{(VS)}(t) & ZK^{(PS)}(t) & - \\ - & - & IK(t) \\ VK^{(VS)}(t) & VK^{(PS)}(t) & - \\ VK^{frei}(t) & - & - \end{pmatrix}$$

6 Prämien

Nettoprämie:

$$NP_{x:\overline{n}} = \frac{E_{x:\overline{n}}(0) + A_{x:\overline{n}}(0) + (1 + \rho^{RG}) \cdot A_{x:\overline{n}}^{(RG)}(0) \cdot BP_{x:\overline{n}}}{P_{x:\overline{n}}(0)} \cdot (1 + \rho)$$

Zillmerprämie (gezillmerte Nettoprämie):

$$\begin{aligned} ZP_{x:\overline{n}} = & \left[NP_{x:\overline{n}} \cdot P_{x:\overline{n}}(0) + \left(ZK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) + IK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) + VK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) \right) + \right. \\ & \left(ZK_{x:\overline{n}}^{(PS)}(0) + IK_{x:\overline{n}}^{(PS)}(0) + VK_{x:\overline{n}}^{(PS)}(0) \right) \cdot BP_{x:\overline{n}} \cdot PS + \\ & \left. \left(ZK_{x:\overline{n}}^{(BP)}(0) + IK_{x:\overline{n}}^{(BP)}(0) + VK_{x:\overline{n}}^{(BP)}(0) \right) \cdot BP_{x:\overline{n}} \right] / (P_{x:\overline{n}}(0)) \end{aligned}$$

Bruttoprämie:

$$BP_{x:\overline{n}} = \frac{(E_{x:\overline{n}}(0) + A_{x:\overline{n}}(0)) \cdot (1 + \rho) + \left(AK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) + IK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) + VK_{x:\overline{n}}^{(VS)}(0) \right)}{P_{x:\overline{n}}(0) - A_{x:\overline{n}}^{(RG)}(1 + \rho^{RG})(1 + \rho) - AK_{x:\overline{n}}^{(BP)} - IK_{x:\overline{n}}^{(BP)} - VK_{x:\overline{n}}^{(BP)} - \left(AK_{x:\overline{n}}^{(PS)} + IK_{x:\overline{n}}^{(PS)} + VK_{x:\overline{n}}^{(PS)} \right) PS}$$

Wie man deutlich sehen kann, ist die Kostenursache (α , β oder γ) für die Prämienbestimmung irrelevant. Es werden die Barwerte aller drei Kostenarten jeweils bei der entsprechenden Bemessungsgrundlage aufaddiert.

Ablebensleistung im Jahr t :

$$Abl(t) = \left\{ a_t + a_t^{(RG)} \cdot BP_{x:\overline{n}} \right\} \cdot VS$$

6.1 Koeffizienten in Vektorschreibweise

Für die Berechnung der Prämien können die Koeffizienten der jeweiligen Barwerte auch mittels der Vektor-/Matrixschreibweise dargestellt werden (siehe Tabelle 6.1).

7 Zuschläge und Abschläge, Vorgeschriebene Prämie

$StkK \dots$	Stückkosten pro Jahr (während Prämienzahlungsdauer, einmalig bei Einmalprämien)
$oUZu \dots$	Zuschlag für Vertrag ohne ärztliche Untersuchung
$SuRa = SuRa(VS) \dots$	Summenrabatt (von Höhe der VS abhängig)
$PrRa = PrRa(BP) \dots$	Prämienrabatt (von Höhe der Bruttoprämie abhängig)
$VwGew \dots$	Vorweggewinnbeteiligung in Form eines Rabattes
$uz(k) \dots$	Zuschlag für unterjährige Prämienzahlung (k mal pro Jahr)

$$uz(k) =$$

Vorgeschriebene Prämie:

$$PV_{x:\overline{n}} = \{ (BP_{x:\overline{n}} + oUZu - SuRa) \cdot VS \cdot (1 - VwGew) + StkK \} \cdot \frac{1 + uz(pz)}{pz} \cdot (1 + VSt)$$

	Leistungen				Kosten			
Terme	$(P_{x:\overline{m}}(t)$	$E_{x:\overline{m}}^{Gar}(t)$	$E_{x:\overline{m}}(t)$	$A_{x:\overline{m}}^{(RG)}(t)$	$A_{x:\overline{m}}^{(RG)}(t)$	$\left(\begin{array}{l} AK_{x:\overline{m}}^{(VS)}(t) \\ ZK_{x:\overline{m}}^{(VS)}(t) \\ VK_{x:\overline{m}}^{(VS)}(t) \\ VK_{x:\overline{m}}^{frei}(t) \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} AK_{x:\overline{m}}^{(PS)}(t) \\ ZK_{x:\overline{m}}^{(PS)}(t) \\ VK_{x:\overline{m}}^{(PS)}(t) \\ - \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} AK_{x:\overline{m}}^{(BP)}(t) \\ - \\ IK_{x:\overline{m}}(t) \\ - \end{array} \right)$
Nettoprämie	Zähler	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} (1+\rho^{RG}) \cdot BP_{x:\overline{m}} \cdot (1+\rho) \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right)$		
Zillmerprämie	Zähler	$\left(\begin{array}{l} 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 1+\rho \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 1+\rho \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} (1+\rho^{RG}) \cdot BP_{x:\overline{m}} \cdot (1+\rho) \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ BP_{x:\overline{m}} \cdot PS \\ BP_{x:\overline{m}} \cdot PS \\ BP_{x:\overline{m}} \cdot PS \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ BP_{x:\overline{m}} \\ BP_{x:\overline{m}} \\ BP_{x:\overline{m}} \\ 0 \end{array} \right)$
	Nenner	$\left(\begin{array}{l} 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right)$		
Bruttoprämie	Zähler	$\left(\begin{array}{l} 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 1+\rho \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1+\rho \\ 1+\rho \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -PS \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{array} \right)$
	Nenner	$\left(\begin{array}{l} 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} -(1+\rho) \cdot (1+\rho^{RG}) \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} -PS \\ -PS \\ -PS \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{array} \right)$

Tabelle 6: Koeffizienten der einzelnen Barwerte zur Berechnung der Prämien

8 Rückstellungen und Reserven

Reserve prämienpflichtig:

$$V_{x:\overline{m}}(t) = \{BW_{x:\overline{m}}^L(t) \cdot (1 + \rho) - ZP_{x:\overline{m}} \cdot P_{x:\overline{m}}(t)\} \cdot VS$$

Verwaltungskostenreserve:

$$V_{x:\overline{m}}^{VwK}(t) = \left\{ VK_{x:\overline{m}}^{(VS)}(t) - \left(\frac{VK_{x:\overline{m}}^{(VS)}(0)}{P_{x:\overline{m}}(0)} \right) \cdot P_{x:\overline{m}}(t) \right\} \cdot VS$$

Reserve prämienfrei:

$$V_{x:\overline{m}}^{frei}(t) = \left\{ (E_{x:\overline{m}}(t) + A1_{x:\overline{m}}(t)) \cdot \widetilde{VW} + TODO \cdot \min(f, m) \cdot BP_{x:\overline{m}}(x, n) \cdot VS \right\} \cdot (1 + \rho)$$

Verwaltungskostenreserve prämienfrei:

$$V_{x:\overline{m}}^{WvK, frei}(t) = VK4_{x:\overline{m}}(t) \cdot \widetilde{VS}$$

9 Spar- und Risikoprämie

$$P_{x:\overline{m}}(t) = SP_{x:\overline{m}}(t) + RP_{x:\overline{m}}(t)$$

9.1 Sparprämie

$$SP_{x:\overline{m}}(t) = V_{x:\overline{m}}(t+1) \cdot v - V_{x:\overline{m}}(t) + (\ddot{e}_t + v \cdot e_t) \cdot VS$$

9.2 Risikoprämie

$$RP_{x:\overline{m}}(t) = v \cdot q_{x+t} \cdot \{Abl(t) - V_{x:\overline{m}}(t+1)\}$$

10 Bilanzreserve

<i>BegDatum</i> ...	Beginndatum des Vertrags
<i>BilDatum</i> ...	Bilanzstichtag des Unternehmens
<i>baf</i> ...	Bilanzabgrenzungsfaktor (Jahresanteil zwischen Abschlussdatum und Bilanzstichtag)
	-) 30/360: $baf = \frac{Monat(BilDatum+1) - Monat(BegDatum)+1}{12} \mod 1$
	-) Taggenau: $baf = \frac{BilDatum - BegDatum + 1}{TageImJahr(BilDatum)} \mod 1$
	-) etc.

10.1 prämienpflichtig

Bilanzreserve für Versicherungsleistungen:

$$BilRes_{x:\overline{m}}^{(L)}(t) = (1 - baf) \cdot V_{x:\overline{m}}(t) + baf \cdot V_{x:\overline{m}}(t+1)$$

Verwaltungskosten-Bilanzreserve:

$$BilRes_{x:\overline{m}}^{(VwK)}(t) = (1 - baf) \cdot V_{x:\overline{m}}^{(VwK)}(t) + baf \cdot V_{x:\overline{m}}^{(VwK)}(t+1)$$

Gesamte Bilanzreserve:

$$BilRes_{x:\overline{m}}(t) = BilRes_{x:\overline{m}}^{(L)}(t) + BilRes_{x:\overline{m}}^{(VwK)}(t)$$

10.2 prämienfrei

Bilanzreserve für Versicherungsleistungen, prämienfrei:

$$BilRes_{x:\overline{n}}^{(L),frei}(t) = (1 - baf) \cdot V_{x:\overline{n}}^{frei}(t) + baf \cdot V_{x:\overline{n}}^{frei}(t + 1)$$

Verwaltungskosten-Bilanzreserve, prämienfrei:

$$BilRes_{x:\overline{n}}^{(VwK),frei}(t) = (1 - baf) \cdot V_{x:\overline{n}}^{VwK,frei}(t) + baf \cdot V_{x:\overline{n}}^{VwK,frei}(t + 1)$$

Gesamte Bilanzreserve, prämienfrei:

$$BilRes_{x:\overline{n}}^{frei}(t) = BilRes_{x:\overline{n}}^{(L),frei}(t) + BilRes_{x:\overline{n}}^{(VwK),frei}(t)$$

11 Rückkaufswerte

TODO

12 Prämienfreistellung

Der Vertrag wird zum Zeitpunkt f prämienfrei gestellt, d.h. ab ZP f wird keine Prämie mehr bezahlt, die Höhe des Versicherungsschutzes bestimmt sich aus dem zu f vorhandenen Deckungskapital und den Kostenreserven. Bei Prämienrückgewähr wird selbstverständlich nur die tatsächlich bezahlte Prämiensumme rückgewährt.

Aus

$$\begin{aligned} V_{x:\overline{m}}(f) + V_{x:\overline{m}}^{VwK}(t) + AbskErh(f) \cdot VS \cdot (1 - VwGew) = \\ = BW_{x:\overline{m}}^L(f) \cdot (1 + \rho) \cdot \widetilde{VS} + BW_{x:\overline{m}}^{RG, frei}(f) \cdot (1 + \rho) \cdot BP_{x:\overline{m}} \cdot VS + VK_{x:\overline{m}}^{frei}(f) = V_{x:\overline{m}}^{frei}(f) + V_{x:\overline{m}}^{VwK, frei}(f) \end{aligned}$$

mit

$$Zillm(t) = z_t^{(VS)} + z_t^{(BP)} \cdot BP_{x:\overline{m}} \cdot \sum_{j=0}^n pr_j \quad (\text{Zillmerprämienanteil})$$

$$AbskErh(t) = \max \left(\sum_{j=0}^t Zillm(j) - \frac{t}{5} \sum_{j=0}^n Zillm(j), 0 \right) \quad (\text{Abschlusskostenerhöhungsbetrag})$$

$$BW_{x:\overline{m}}^{RG, frei}(f) = A_{x:\overline{m}}^{(RG)}(t) \cdot \min(f, m) \quad (\text{BW zukünftiger Prämienrückgewähr})$$

ergibt sich die neue Versicherungssumme \widetilde{VS} nach Prämienfreistellung:

$$\widetilde{VS} = \frac{V_{x:\overline{m}}(t) + V_{x:\overline{m}}^{VwK}(t) + AbskErh(t) \cdot VS \cdot (1 - VwGew) - BW_{x:\overline{m}}^{RG, frei}(f) \cdot (1 + \rho) \cdot BP_{x:\overline{m}} \cdot VS}{E_{x:\overline{m}}(t) \cdot (1 + \rho) + VK_{x:\overline{m}}^{frei}(t)}$$